

中心性の変化に着目した動的ネットワーク分析の検討

芳野肇洋^a 尾崎知伸^b

日本大学 文理学部

a) w5409097@educ.chs.nihon-u.ac.jp b) tozaki@chs.nihon-u.ac.jp

概要 近年、社会ネットワークの発展などに伴い、動的ネットワーク、すなわち時間と共に構造が変化するネットワークが容易に獲得できるようになった。本稿では、動的ネットワーク分析における一つの基準として、時間に着目した種々の最短経路に基づく中心性を提案する。加えて、これらの中心性を時系列へと展開することで多次元中心性時系列データを獲得し、その上での変化や類似性に着目して分析を行うことを提案する。

キーワード 社会ネットワーク分析, 動的ネットワーク, 中心性

1 はじめに

近年、社会ネットワークサービス上での友人関係に代表されるように、時間と共に変化・成長するネットワーク、すなわち動的ネットワークが注目を集めている。またこれまでに、動的ネットワークを対象としたいくつかの分析手法が提案されている [1, 2, 3, 4].

動的ネットワークでは、現時点でのノードの役割や中心性は固定的なものではなく、未来のある時点において変化するものと考えられる。そこで、本稿では、ノードの役割の変化に着目した分析を実現するための一つのステップとして、動的ネットワークを（重複を許す）いくつかの期間に分割し、それぞれの期間で中心性を獲得するとともに、その変化の過程を分析の対象とすることを提案する。またその際、動的ネットワークの大きな特徴である時間情報を積極的に利用することを想定している。

2 動的ネットワークの中心性

2.1 動的ネットワークと時間付き経路

動的ネットワーク $G = (V_G, E_G, \rho_G, \mathcal{T}_G)$ とは、頂点の集合 V_G と有向辺の多重集合 $E_G \subseteq V_G \times V_G$ から構成される時区間 \mathcal{T} 上のネットワークである。ここで $\rho_G: E_G \rightarrow \mathcal{T}_G$ は、辺の生成時間を表す関数である。

ネットワーク G 中の頂点 v_0 から v_n への時間を考慮した経路を

$$\mathcal{J} = ((v_0, v_1), t_1), ((v_1, v_2), t_2), \dots, ((v_{n-1}, v_n), t_n)$$

と表す。ここで、 t_i は辺 (v_{i-1}, v_i) の生成時間、すなわち $t_i = \rho_G((v_{i-1}, v_i))$ を表し、また $t_{i-1} \leq t_i$ ($2 \leq i \leq n$) である。このとき、 v_0 を経路 \mathcal{J} の出発ノード、 v_n を到着ノードと呼び、それぞれ $s(\mathcal{J}) = v_0$ 、 $e(\mathcal{J}) = v_n$ と表記する。同様に、 t_1 を出発時刻、 t_n を到着時刻と呼び、 $d(\mathcal{J}) = t_1$ 、 $a(\mathcal{J}) = t_n$ 、と表記する。加えて、

$t(\mathcal{J}) = a(\mathcal{J}) - d(\mathcal{J})$ を \mathcal{J} の所要時間、 $l(\mathcal{J}) = n$ を経路長と定義する。

2.2 時間制約付き中心性

文献 [1] では、時刻 t におけるノード中心性を計算するために、 $d(\mathcal{J}) \geq t$ なる経路 \mathcal{J} を利用することを提案している。またその際、経路長に加え、所要時間などに着目した時間的な意味での最短経路を利用することを提案している。

これに対し本稿では、動的ネットワークにおける時刻 t でのノード中心性を、 t を基準とした一定期間内での経路の情報を利用して決定することを提案する。具体的には、期間幅を α とし、条件 $t - \alpha \leq d(\mathcal{J}) \leq a(\mathcal{J}) \leq t$ を満たす経路 \mathcal{J} のみを用いて時刻 t のノード中心性を算出する。以下に、形式的な定義を与える。

動的ネットワーク G 中のすべての時間付き経路を \mathcal{J}^G で表す。このとき、 G 中のノード u から v への経路集合 $\mathcal{J}_{u \rightarrow v}^G$ 、及び期間 $[t - \alpha, t]$ における u から v への経路の集合 $\mathcal{J}_{u \rightarrow v}^{G,t,\alpha}$ を以下のように定義する。

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_{u \rightarrow v}^G &= \{\mathcal{J} \in \mathcal{J}^G \mid s(\mathcal{J}) = u, e(\mathcal{J}) = v\} \\ \mathcal{J}_{u \rightarrow v}^{G,t,\alpha} &= \{\mathcal{J} \in \mathcal{J}_{u \rightarrow v}^G \mid t - \alpha \leq d(\mathcal{J}) \leq a(\mathcal{J}) \leq t\} \end{aligned}$$

以上の準備のもと、文献 [1] 同様、経路長や時間に着目した種々の代表的経路を導入する。

①最短経路：期間 $[t - \alpha, t]$ におけるノード u から v への経路において、そのステップ数が最小のものを最短経路と呼び $\mathcal{J}_{S,u \rightarrow v}^{G,t,\alpha}$ と表記する。

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_{S,u \rightarrow v}^{G,t,\alpha} &= \{\mathcal{J} \in \mathcal{J}_{u \rightarrow v}^{G,t,\alpha} \mid l(\mathcal{J}) = d_{S,u \rightarrow v}^{G,t,\alpha}\} \\ \text{where } d_{S,u \rightarrow v}^{G,t,\alpha} &= \min\{l(\mathcal{J}) \mid \mathcal{J} \in \mathcal{J}_{u \rightarrow v}^{G,t,\alpha}\} \end{aligned}$$

②最速経路：期間 $[t - \alpha, t]$ におけるノード u から v への経路において、時間的長さ（所要時間）が最も短いものを最速経路と呼び $\mathcal{J}_{F,u \rightarrow v}^{G,t,\alpha}$ と表記する。

$$\mathcal{J}_{F,u \rightarrow v}^{G,t,\alpha} = \{\mathcal{J} \in \mathcal{J}_{u \rightarrow v}^{G,t,\alpha} \mid t(\mathcal{J}) = d_{F,u \rightarrow v}^{G,t,\alpha}\}$$

where $d_{F,u \rightarrow v}^{G,t,\alpha} = \min(\{t(\mathcal{J}) \mid \mathcal{J} \in \mathcal{J}_{u \rightarrow v}^{G,t,\alpha}\})$

③最先経路：期間 $[t - \alpha, t]$ におけるノード u から v への経路において、(時刻として) 最も早く v へと到着することのできる経路、すなわち到着時刻が最も早い経路を最先経路と呼び、 $\mathcal{J}_{E,u \rightarrow v}^{G,t,\alpha}$ と表記する。

$$\mathcal{J}_{E,u \rightarrow v}^{G,t,\alpha} = \{\mathcal{J} \in \mathcal{J}_{u \rightarrow v}^{G,t,\alpha} \mid a(\mathcal{J}) - (t - \alpha) = d_{E,u \rightarrow v}^{G,t,\alpha}\}$$

where $d_{E,u \rightarrow v}^{G,t,\alpha} = \min(\{a(\mathcal{J}) - (t - \alpha) \mid \mathcal{J} \in \mathcal{J}_{u \rightarrow v}^{G,t,\alpha}\})$

④最遅経路：期間 $[t - \alpha, t]$ におけるノード u から v への経路において、 v へ到達するために(時刻として) 最も遅く出発することのできる経路、すなわち出発時刻が最も遅い経路を最遅経路と呼び、 $\mathcal{J}_{L,u \rightarrow v}^{G,t,\alpha}$ と表記する。

$$\mathcal{J}_{L,u \rightarrow v}^{G,t,\alpha} = \{\mathcal{J} \in \mathcal{J}_{u \rightarrow v}^{G,t,\alpha} \mid t - d(\mathcal{J}) = d_{L,u \rightarrow v}^{G,t,\alpha}\}$$

where $d_{L,u \rightarrow v}^{G,t,\alpha} = \min(\{t - d(\mathcal{J}) \mid \mathcal{J} \in \mathcal{J}_{u \rightarrow v}^{G,t,\alpha}\})$

なお、上記の各定義において、 u から v への経路が存在しない場合 ($\mathcal{J}_{u \rightarrow v}^{G,t,\alpha} = \emptyset$) は、 $d_{X,u \rightarrow v}^{G,t,\alpha} = \infty$ ($X \in \{S, F, E, L\}$) とする。

次に、これらの代表的経路を用い、期間 $[t - \alpha, t]$ における種々のノード中心性を定義する。

①次数中心性：期間 $[t - \alpha, t]$ におけるノード u の次数中心性 $D_i^{G,t,\alpha}(u)$ は、この期間における u と連結された辺の数と定義できる。また本稿では、有向辺を考え、入次数中心性 $D_i^{G,t,\alpha}(u)$ 及び出次数中心性 $D_o^{G,t,\alpha}(u)$ を考える。これらは形式的に以下のように定義される。

$$D_i^{G,t,\alpha}(u) = D_i^{G,t,\alpha}(u) + D_o^{G,t,\alpha}(u)$$

$$D_i^{G,t,\alpha}(u) = |\{(v, u) \in E_G \mid t - \alpha \leq \rho_G((v, u)) \leq t\}|$$

$$D_o^{G,t,\alpha}(u) = |\{(u, v) \in E_G \mid t - \alpha \leq \rho_G((u, v)) \leq t\}|$$

②媒介中心性：媒介中心性とは、ノード対をつなぐ経路に対する寄与の程度を表す指標である。本稿では、最短(S)・最速(F)・最先(E)・最遅(L)の4種の経路を導入しており、そのそれぞれについて媒介中心性を考えることができる。経路の基準を $X \in \{S, F, E, L\}$ としたとき、期間 $[t - \alpha, t]$ におけるノード u の媒介中心性 $B_X^{G,t,\alpha}(u)$ を、以下のように定義する。

$$B_X^{G,t,\alpha}(u) = \sum_{u \neq v \neq w \in V_G} \left| \mathcal{J}_{X,v \rightarrow w}^{G,t,\alpha}(u) \right| / \left| \mathcal{J}_{X,v \rightarrow w}^{G,t,\alpha} \right|$$

ここで $\mathcal{J}_{X,v \rightarrow w}^{G,t,\alpha}(u)$ は、 u を通る(含む) v から w への代表的経路の集合を表す。

③近接中心性：近接中心性とは、他のノードとの近さを表す指標である。媒介中心性同様、最短・最速・最先・最遅の4種の経路それぞれに対して中心性を考えることが可能である。また本稿では、対象ノードから他のノードへの近さと、他のノードから対象ノードへの近さのそれぞれを考える。経路の基準を $X \in \{S, F, E, L\}$ としたとき、期間 $[t - \alpha, t]$ におけるノード u を起点とする近接中心性 $C_{o,X}^{G,t,\alpha}(u)$ 及びノード u を終点とする近接中心性 $C_{i,X}^{G,t,\alpha}(u)$ を、以下のように定義する。

$$C_{o,X}^{G,t,\alpha}(u) = \sum_{v \in V_G \setminus \{u\}} 1 / d_{X,u \rightarrow v}^{G,t,\alpha}$$

$$C_{i,X}^{G,t,\alpha}(u) = \sum_{v \in V_G \setminus \{u\}} 1 / d_{X,v \rightarrow u}^{G,t,\alpha}$$

3 今後の展望

本稿では、ある期間における動的ネットワーク上でのノード中心性として、次数中心性に加え、最短・最速・最先・最遅の4つの経路に基づく媒介中心性及び近接中心性を提案した。これらを用いることで、ある期間における各ノードの状態を中心性の多次元ベクトルとして表現することが可能となった。加えて、(1) ネットワーク全体を連続かつ重複のない期間に分割する、または(2) ネットワーク上の期間を滑走窓を用いてスライドさせることで、連続した期間での中心性ベクトルを考えることができ、結果として、動的ネットワーク上の各ノードを多次元中心性時系列として形式化することが可能となった。

今後はこれらの多次元中心性時系列を対象に、各中心性間の相関関係の調査や、複数次元の系列に跨るノードの成長パターンの抽出、多次元時系列間の類似性に基づくノードクラスタリングなどを行い、提案したコンセプトの有効性を検証していく予定である。

参考文献

- [1] Santoro, N., Quattrociocchi, W., Flocchini, P., Casteigts, A. and Amblard, F. : Time-varying graphs and social network analysis: Temporal indicators and metrics, *Proc. of the 3rd AISB Social Networks and Multiagent Systems Symposium*, pp.32-38, 2011.
- [2] Tang, J., Musolesi, M., Mascolo, C., Latora, V. and Nicosia, V. : Analysing information flows and key mediators through temporal centrality metrics, *Proc. of the 3rd Workshop on Social Network Systems*, pp.1-6, 2010.
- [3] Tang, J., Musolesi, M., Mascolo, C. and Latora, V. : Temporal distance metrics for social network analysis, *Proc. of the 2nd ACM Workshop on Online Social Networks*, pp.31-36, 2009.
- [4] Lerman, K., Ghosh, R. and Kang, J. H. : Centrality metric for dynamic networks, *Proc. of the 8th Workshop on Mining and Learning with Graphs*, pp.70-77, 2010.