

料理レシピに現れる旬食材ネットワークの可視化

菊地悠樹^{†,a} 熊野雅仁^{‡,b} 木村昌弘^{‡,c}

[†] 龍谷大学大学院理工学研究科電子情報学専攻 [‡] 龍谷大学理工学部電子情報学科

a) *t16m013@mail.ryukoku.ac.jp* b) *kumano@rins.ryukoku.ac.jp* c) *kimura@rins.ryukoku.ac.jp*

概要 近年、シェフや料理の専門家だけでなく、一般の家庭の人々が提案する料理レシピが Web 空間に投稿され続けているため、ユーザ間の相互作用により、新たな料理フロンティアが開拓され、新展開が期待される時代が到来している。本研究では、新しい食材の出現による動向よりも、既存の旬食材の使われ方のパターン変化に着目して料理レシピ投稿の動向分析を行うため、旬食材ネットワークのパターン変化を可視化する二つの方法を提案する。料理レシピ共有サイト COOKPAD における大量の実データを用いた実験で、提案法の有効性を検証する。

キーワード 料理レシピ, 旬食材ネットワーク, 探索的データ解析, ビジュアルダイジェスト

1 はじめに

ソーシャルメディアが普及し、人々の日常生活や文化にまで大きな影響を与えつつある中、近年、世界的に料理レシピ共有サイトが普及しはじめており、料理レシピ推薦 [1] や料理レシピにおける食材の生成モデル [2] に関する研究など、料理レシピに着目したデータマイニングに基づく研究が注目されつつある。一方、料理レシピ共有サイトでは、シェフや料理の専門家などにより生み出される料理レシピだけでなく、これまで大規模には観測できなかった一般家庭の人々が作る料理の内容や、その創意工夫が WEB 空間で共有されつつあり、料理レシピ情報がビッグデータとして成長し続けている。このため、かつてないほどに素人・玄人を含めた料理考案者間の交流が活発化し相互に影響し合うことで、料理文化の新展開やフロンティアの探求が飛躍的に進展する可能性が高まりつつあると考えられる。しかし、WEB 空間で起きている無数の複雑な動向を捉えることは容易ではない。

Ahn ら [3] は、人類がこれまで見出してきた食材の良い組み合わせ方は未だにごく一部にすぎず、料理文化の発展を促す未発見の料理の原理を探求することを目指し、食材をノード、リンクを香料化合物とするネットワークを構築し、可視化分析を行うアプローチにより世界規模で食文化の傾向を分析している。しかし、その分析は静的であり、動的な変化には着目していなかった。

日本のように季節に応じた食材を用いて作られる料理が少なくない地域では、旬の食材を用いる場合もあれば、年中使用される食材でも時期ごとに使用頻度が大きく変動することも考えられるため、静的な観点だけでなく、動的変動を捉えて動向を分析することが望ましい。ただし、旬食材といえども、収穫時期は年に 1 度とはかぎらず、収穫期間の長短もある。さらに、気象変動による暑い時期と寒い時期の転換時期の変動、気象関連の災害な

どの影響での不作による品薄もしくは供給過多による食材市場の価格変動などにより、料理考案者に注目される食材が変化し得るため、単純に四季に分割して動向を分析すると変動をうまく捉えられない可能性がある。

ところで、ソーシャルメディアの多数のユーザが行う相互に独立な行動時系列において、例えば商品レビュー行動の大局的な動向変化を検出 [4] したり、評価付け行動の動向変化に着目して複数の期間に分割 [5] する研究が行われている。我々は、新しい食材の出現による動向の変化を扱う前に、まず、第一歩として、既存の食材および食材ペアの利用のされ方の大局的变化に着目し、料理レシピにおける食材および食材ペアの出現をナイーブベイズの観点からモデル化して、料理レシピで利用される既存の食材の旬パターン、および食材ペアの旬パターンに関するパラメータ変化点の検出を行い、複数の期間に分割する。また、可視化に基づく探索的データ解析に向けてノードを食材、リンクを食材ペアの共起に基づいてネットワークとして表現し、また、食材の旬パターン、食材ペアの旬パターンの変化を重畳し、顕著な変化に注目することでネットワークをビジュアルダイジェストとして表現する旬食材ネットワーク可視化法を提案する。料理レシピ共有サイト COOKPAD における大量の実データを用いた実験で、提案法の有効性を検証する。

2 提案分析法

2.1 食材ネットワークの可視化法

本研究では、主に旬という観点から料理レシピの投稿に関する大局的な動向を分析する上で、旬は年周期で繰り返すと考え、料理レシピ共有サイトに投稿された料理レシピを一年単位で用いて食材ネットワークの可視化を行うことを考える。食材ネットワークを構成するノードは、料理レシピに現れる食材である。ただし、食材ノードを 2 次元空間に埋め込んで可視化を行う際、食材にお

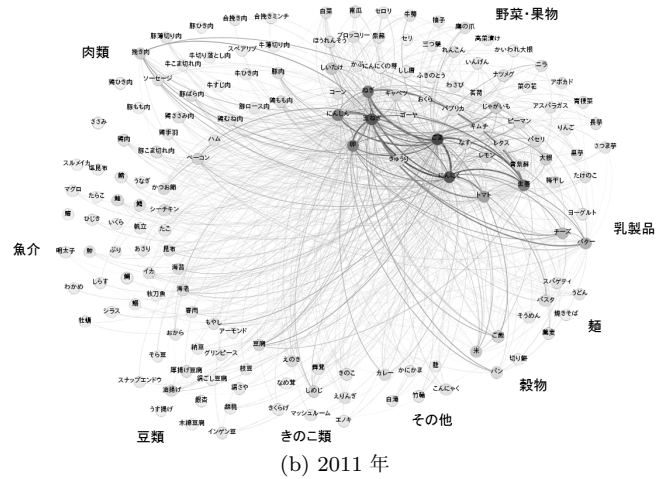
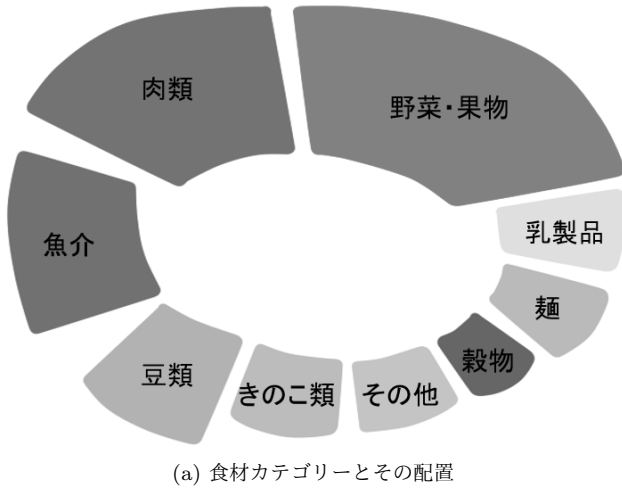


図 1: 食材ネットワーク

ける、野菜・果物類、肉類など、食材カテゴリどうしの関係にも着目するため、食材カテゴリごとに食材を楕円上に手で恣意的に配置¹する(図 1a)。

一方、同一の料理レシピにおいて二つの異なる食材 i と食材 j が同時に現れた場合、食材ペア (i, j) が共起したと考え、リンクを張る。また、より多くの食材と共起関係にある、つまり多くの料理レシピに普及している食材ノードを強制的に可視化するため、次数の高い食材ノードほど色を濃くして食材の普及度を表現する。また、食材ノード i と j のペアが、多くの料理レシピに普及していることを強制的に可視化するため、リンクに重みを与えることを考える。リンクの重み $w_{i,j}$ を、一年間の料理レシピにおいて、食材ペア (i, j) が共起した回数に基づいて求め、重みが大きいほどリンクの色を濃くおよび太くして表現する(例: 図 1b)。ただし、以上のようにして表現されたネットワークのリンクは複雑すぎて可視化結果を効率よく分析することを阻む場合がある。

ここで、我々は、食材ネットワークのビジュアルダイジェストを構築するために、統計的に特異なリンクに着目する上で、Ahn らに従い Disparityfilter[6] を適用する。食材ノード i における重みの和を $s_i = \sum_j w_{i,j}$ とするとき、食材ノード i につながるリンクの正規化された重みを $p_{i,j} = w_{i,j}/s_i$ と表す。このとき、「次数 k のノードにおいて正規化された重み $p_{i,j}$ は、一様分布からランダムに生成される。」という帰無仮説に基づいて、可視化するリンクを決定する。このとき、重み $p_{i,j}$ の確率密度関数は

$$\rho(x) = (k-1)(1-x)^{k-2}$$

となる。重み $p_{i,j}$ に対して、

$$\alpha_{i,j} = 1 - (k-1) \int_0^{p_{i,j}} (1-x)^{k-2} dx$$

¹食材カテゴリーと食材ノードの自動配置法については、今後の課題とする

とし、有意水準を α としたとき、 $\alpha_{i,j} < \alpha$ ならばリンク (i, j) を特異なリンクであると判断し、可視化する。

2.2 食材ペアネットワークの旬パターン抽出法と可視化法

我々は、共起リンクのつながり方と重みに関するリンクの全体的な張られ方が大局的に変化する変化点を捉え、一年を複数の特徴的な期間に分割することを考える。料理レシピに登場する全食材数を N とする。このとき、時刻 $t = 0, \dots, T$ に投稿された料理レシピにおいて食材ペア (i, j) が共起した回数を $w_{i,j}(t)$ と表す。多項分布モデルを仮定し、時刻 t に投稿された料理レシピにおいて、食材ペア (i, j) が登場する確率を $P_{i,j}(t)$ とすると、料理レシピ時系列データ \mathcal{R} の対数尤度関数は

$$\mathcal{L}(\mathcal{R}; \mathbf{P}) = \sum_{t=0}^T \sum_{i \neq j} w_{i,j}(t) \log P_{i,j}(t)$$

と表される。この対数尤度関数 $\mathcal{L}(\mathcal{R}; \mathbf{P})$ に基づいた尤度比検定により変化点 T_1, \dots, T_K を求める。ここでは、greedy 戦略を用いる [4, 5]。求められた期間ごとに食材ネットワークを可視化する。2.1 節と同様に、食材ネットワークを構成するノードは料理レシピに現れる食材であり、食材カテゴリごとに楕円上に手で配置する。同一料理レシピにおいて二つの異なる食材 i と食材 j が同時に現れた場合、食材ペア (i, j) が共起したと考え、リンクを張る。また、次数の高い食材ノードを濃い色で表現する。期間 $(T_{k-1}, T_k]$ に共起した食材ペア (i, j) の期間 $(T_{k-1}, T_k]$ における特異性の度合いを、すべての期間における食材ペア (i, j) の共起確率 $P_{i,j}$ と期間 $(T_{k-1}, T_k]$ における食材ペア (i, j) の共起確率 $P_{i,j}^k$ との差 $w_{i,j}^k = P_{i,j}^k - P_{i,j}$ で表す。また、 $w_{i,j}^k$ についてすべての期間とすべてのリンクを対象として計算したその平均値を μ_w 、標準偏差を ρ_w とするとき、 $LP_w = \mu_w + 2 * \rho_w$

表 1: 食材ペアネットワークの旬パターン変化点に基づき分割された期間

| | 期間 1 | 期間 2 |
|------|-----------|-------------|
| 2011 | 1/1-9/29 | 9/30-12/31 |
| 2012 | 1/1-10/19 | 10/20-12/31 |
| 2013 | 1/1-9/23 | 9/24-12/31 |

表 2: 食材の旬パターン変化点に基づき分割された期間

| | 期間 1 | 期間 2 | 期間 3 | 期間 4 |
|------|----------|------------|-----------|------------|
| 2011 | 1/1-9/23 | 9/24-12/31 | | |
| 2012 | 1/1-2/24 | 2/25-6/4 | 6/5-9/4 | 9/5-12/31 |
| 2013 | 1/1-2/15 | 2/16-4/29 | 4/30-10/1 | 10/2-12/31 |

を上回るリンクのみを可視化し、重みが大きいほど色を濃くおよび太く表現する。

2.3 食材の旬パターン抽出法と可視化法

時刻 $t = 0, \dots, T$ に投稿された料理レシピにおいて食材 i が現れた回数を $w_i(t)$ とする。2.2 節で用いた分割区間探索法を、食材時系列データにも適用し、同様に大局的な変化点を検出して期間を求め、求められた期間ごとに旬食材を可視化する。可視化を行うため、期間 $(T_{k-1}, T_k]$ における食材ノード i の特異性の度合いを、すべての期間で食材 i が現れる確率 P_i と期間 $(T_{k-1}, T_k]$ における食材 i が現れる確率 P_i^k との差 $w_i^k = P_i^k - P_i$ で表す。また、 w_i^k についてすべての期間とすべてのリンクを対象として計算したその平均値を μ'_w 、標準偏差を ρ'_w とするとき、円で表現された食材ノード i に対し、 $LI_w^+ = \mu'_w + 2 * \rho'_w$ を上回る食材ノードを赤色、 $LI_w^- = \mu'_w - 2 * \rho'_w$ を下回る食材ノードを青色で塗りつぶし、期間 $(T_{k-1}, T_k]$ で特異性の高い食材とみなして強調して可視化する。

3 分析実験

3.1 実験データ

「クックパッドデータ」において、カテゴリー「きょうの料理」に含まれる 2011 年 1 月から 2013 年 12 月までの料理レシピを用いた。クックパッドデータから、一年ごとに料理レシピ数 9,811 (2011) を 2011 データ、12,490 (2012) を 2012 データ、17,330 (2013) を 2013 データとして三つのデータセットを構築した。

3.2 変化点検出の結果

表 1 は、三つのデータセットに分割区間探索法を適用し、食材ペアネットワークの大局的で安定な変化を捉えることで分割された期間である。表 1 から、一年が四季に関連した四つの期間ではなく、いずれの年も二つの期間に分割されたことがわかる。提案法がデータドリブンに大局的で安定な変化点を捉えている可能性が示唆された。また、期間の切れ目となる日はいずれも暑い夏から寒くなる秋に変化する時期で分割されているが、9 月

表 3: 分割された各期間で特異な食材ペア Top10(2012)

| Top | 期間 1 1/1-10/19 | 期間 2 10/20-12/31 |
|-----|-------------------|---------------------|
| 1 | にんにく - 玉ねぎ | バター - 玉ねぎ |
| 2 | トマト - 玉ねぎ | ねぎ - 大根 |
| 3 | にんにく - トマト | チーズ - バター |
| 4 | きゅうり - ごま | じゃがいも - 玉ねぎ |
| 5 | ごま - なす | ごま - にんじん |
| 6 | ピーマン - 玉ねぎ | にんじん - バター |
| 7 | ごま - 卵 | ねぎ - 豆腐 |
| 8 | ごま - 玉ねぎ | にんじん - ねぎ |
| 9 | なす - 生姜 | ごま - もやし |
| 10 | ごま - にんにく | ごま - 白菜 |

表 4: 分割された各期間で特異な食材 Top10(2012)

| Top | 期間 1 1/1-2/24 | 期間 2 2/25-6/4 | 期間 3 6/5-9/4 | 期間 4 9/5-12/31 |
|-----|------------------|------------------|-----------------|-------------------|
| 1 | 白菜 | 卵 | なす | バター |
| 2 | 大根 | 菜の花 | トマト | 大根 |
| 3 | 人参 | たけのこ | ピーマン | ねぎ |
| 4 | ねぎ | ごま | きゅうり | 白菜 |
| 5 | 昆布 | ほうれん草 | 青紫蘇 | チーズ |
| 6 | しいたけ | キャベツ | ゴーヤ | きつま芋 |
| 7 | 里芋 | アスパラガス | にんにく | 鮭 |
| 8 | 油揚げ | 海老 | おくら | にんじん |
| 9 | セロリ | にんにく | 梅干し | 鶏もも肉 |
| 10 | パン | 海苔 | 茗荷 | 南瓜 |

末から 10 月中旬までの間で分割日が変動しており、年ごとの季節の変わり目や食材市場の変動をうまく捉えている可能性も示唆される。一方、表 2 は、三つのデータセットにおいて食材の旬パターンの変化点を捉えて分割された期間である。2011 データのみ二つに分割されたが、表 1 の二つの期間とほぼ一致していることがわかる。これに対し、2012 データおよび 2013 データは四つに分割された。いずれも表 1 の 2012 データおよび 2013 データにおける分割日が、表 2 の期間 3 と期間 4 に近いことから、食材の旬パターンについては、表 1 の期間 1 を三つに分断したような状況にあることがわかる。ただし、表 2 の 2012 データと 2013 データの期間 2 と期間 3 は 1 か月程度変化点となる日がずれていることがわかる。年により、気象や食材市場さらには料理考案者の発想の変化により、料理レシピの投稿内容が変化する可能性があると考えられ、これらの結果から、強制的に四季に分割して食材の使われ方の動向を分析するよりも、データに応じて変化を捉えることの意義が示唆された。

表 3 は、2012 データにおいて食材ペアの旬パターン変化点に基づいて分割された各期間において特異性の度合いが高い食材ペアに関する Top10 を抜粋したものである。また、表 4 は、2012 データにおいて食材の旬パターン変化点に基づいて分割された各期間において特異性の度合いが高い食材に関する Top10 を抜粋したものである。尚、表 3 と表 4 の食材に下線があるものは、各時期の実際の旬食材であることを示しているが、各時期に特異な食材は旬食材と一致する度合いが高いことがわかる。ただし、表 3 の特異な食材ペア Top である期間 1「にんにく - 玉ねぎ」のにんにくは表 4 の期間 2 で

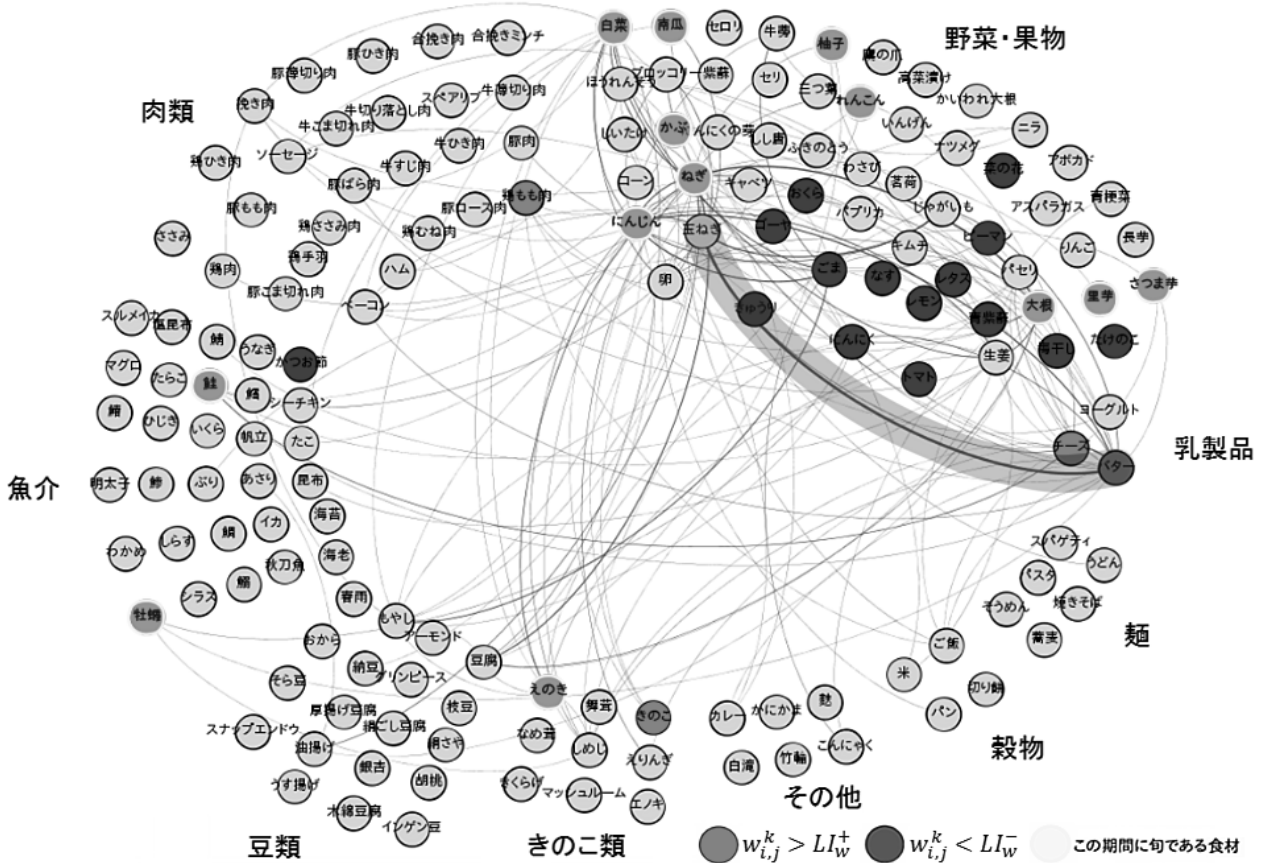


図 2: 2012 年 11 月の食材ペアネットワーク (期間 2) および食材 (期間 4) と旬食材との関係

表 5: 分割された期間の特異な食材ペア Top10(2013)

| Top | 期間 1 1/1-9/23 | 期間 2 9/24-12/31 |
|-----|------------------|--------------------|
| 1 | *きゅうり - ごま | ごま - 大根 |
| 2 | *にんにく - トマト | *バター - 玉ねぎ |
| 3 | にんにく - 生姜 | にんじん - 白菜 |
| 4 | *にんにく - 玉ねぎ | *ねぎ - 豆腐 |
| 5 | *ごま - 卵 | ねぎ - 白菜 |
| 6 | きゅうり - トマト | しめじ - ねぎ |
| 7 | *ごま - なす | ごま - ねぎ |
| 8 | なす - にんにく | *ごま - 白菜 |
| 9 | トマト - パスタ | 挽き肉 - 生姜 |
| 10 | ごま - ゴーヤ | *ねぎ - 大根 |

表 6: 分割された期間の特異な食材 Top10(2013)

| Top | 期間 1 1/1-2/15 | 期間 2 2/16-4/29 | 期間 3 4/30-10/1 | 期間 4 10/2-12/31 |
|-----|------------------|-------------------|-------------------|--------------------|
| 1 | 卵 | *たけのこ | *なす | *ねぎ |
| 2 | *ねぎ | 玉ねぎ | *トマト | *白菜 |
| 3 | ほうれんそう | *キャベツ | *きゅうり | しめじ |
| 4 | *白菜 | きゅうり | *ゴーヤ | *大根 |
| 5 | 豆腐 | *アスパラガス | ごま | *にんじん |
| 6 | *大根 | トマト | *青紫蘇 | れんこん |
| 7 | 菜の花 | レモン | *おくら | *さつま芋 |
| 8 | *人参 | *海老 | *ピーマン | ごぼう |
| 9 | 海苔 | そら豆 | そうめん | *バター |
| 10 | ブロッコリー | スナップエンドウ | *にんにく | 里芋 |

9位の旬食材であるが、玉ねぎはいずれの期間も Top10に入らない日常的に使われる食材である。一方、期間2「バター—玉ねぎ」のうち、バターは表4の期間4で1位の食材であるが、季節性のある食材ではなく、さらに日常的に使われる玉ねぎとのペアとなるが、このような旬食材とはいえないペアが特異性の度合いが高いものとして浮上している。

また、表1の2013データに関する分割された期間において、表5は特異な食材ペア Top10、表6は特異な食材 Top10を抜粋したものである。なお、表5と表6の食材に付与された*は、2012の Top10に現れた食材および食材ペアである。2012データとの比較においては、同じ食材ペアや食材が少なくとも半数程度あるものの、

2013データの Top10には出ていない食材もあり、年ごとに変動していることがわかる。以上の様子を、統合して視認できる旬食材ネットワークのビジュアルダイジェストを通じて確認する。

3.3 旬食材ネットワークの可視化分析

図2は、2012データの11月における、食材ペアネットワーク(期間2)に関する可視化と、食材(期間4)に関する可視化を統合して描画した結果である。食材ノードは図1aの食材カテゴリーに関する配置法に従って円で表現され、リンクは食材ペアのこの期間における特異性の度合いに応じて濃く太く描画されている。また、食材ノードのうち、表4の期間4で $LI_{w_i}^+$ を上回った食材 i は赤で塗りつぶされ、 $LI_{w_i}^-$ を下回った食材 i は青で塗

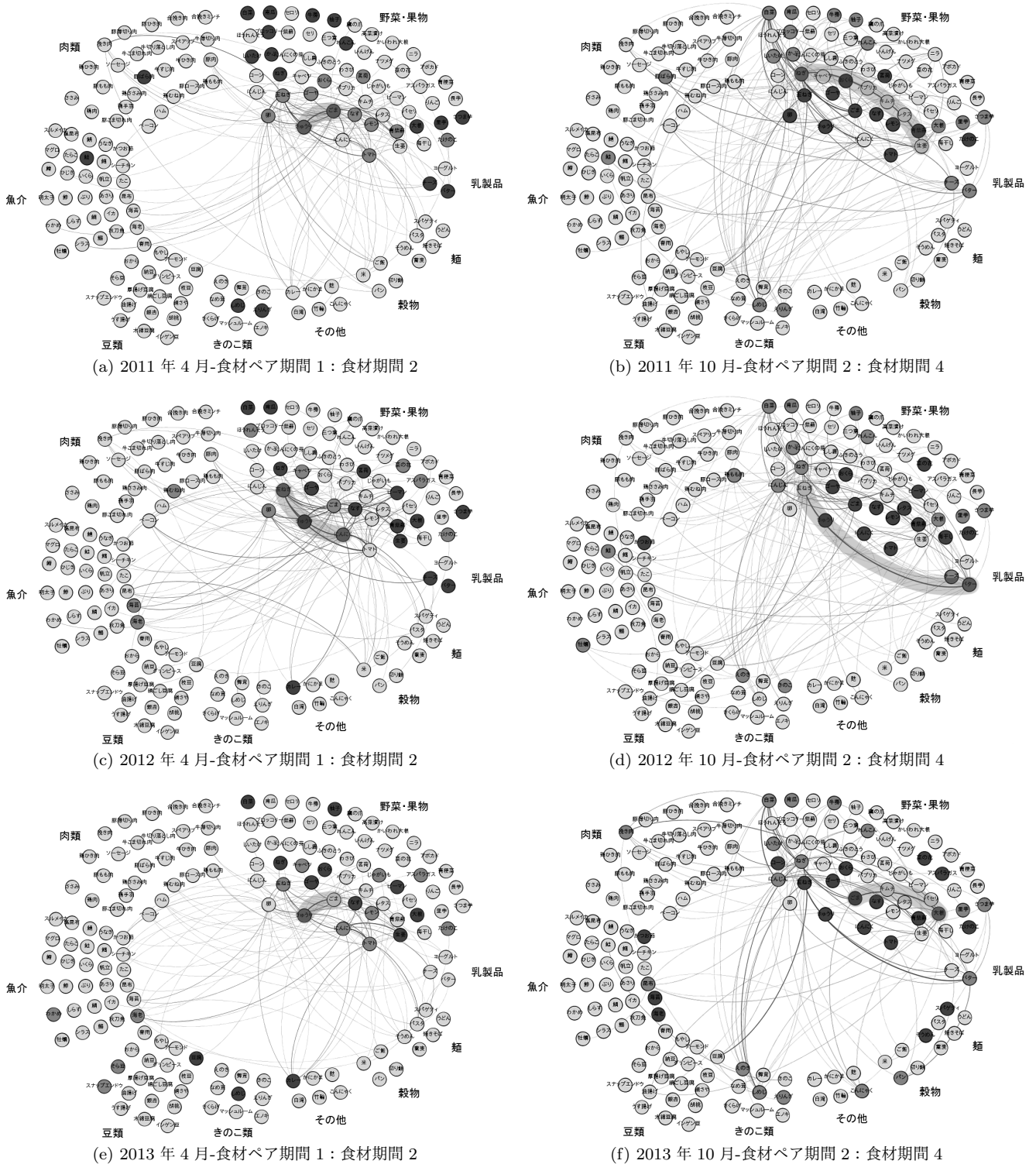


図3: 食材ペアの旬パターン変化に基づく期間分割結果の経年変化

りつぶされている。また、黄色の円を重ねた食材は参考までにこの期間における実際の旬食材を調べて可視化結果に重ねて描画したものである。図2より、図2上に見える赤ノード17個のうちこの期間の旬食材は、赤ノードと重なって橙色となっている13個の食材であり、青ノードとは重なっていないことから、高い割合で赤ノードと旬食材が一致しており、個々の食材という観点では

旬パターンを捉えていることが可視化結果から容易に視認できる。また、旬食材は主に、野菜・果物カテゴリーに頻出することや、青ノードも野菜・果物カテゴリーに数多く存在することから、時期に応じた変動が大きい食材は野菜・果物であり、クックパッドの「今日の料理」カテゴリーでは、旬食材と関連深い料理レシピが多数投稿されている様子が容易に視認できる。一方、リンク

に着目すると、野菜・果物カテゴリ内の旬食材どうしに特異性の高いリンクが存在する場合もあるが、他の目立ったリンクとしては、野菜・果物カテゴリ内で使用頻度が減ったはずの青ノードや、豆類の赤でも青でもないノードと接続されている様子、さらに、この期間に最も特異性の高かったバターと玉ねぎの食材ペアなど、必ずしも旬食材と関連しない食材ペアの動向も図 2 から容易に視認できる。

3.4 食材ペアの旬パターンと経年変化との関係

図 3 は、表 1 に示した三つのデータセットにおける各期間をすべて可視化したものである。図 3a は 2011 データの期間 1、図 3b は 2011 データの期間 2 のネットワーク可視化の結果であるが、2011 年の期間 1 と期間 2 は可視化するとリンクのパターンが大きく変化している様子がわかる。一方、図 1b は 2011 データで期間を分割せず一年のリンクを見た様子を示しているが、図 3a や図 3b のような変化が起きていることは把握しにくい。この点で、分割された期間ごとに、旬パターンを捉え分析することの有効性が示唆された。また、2012 データの期間 1 と 2012 データの期間 2 の可視化結果を図 3c と図 3d に、また、2013 データの期間 1 と 2013 データの期間 2 の可視化結果を図 3e と図 3f に示す。いずれの年も、リンクの大局的な様子において、期間 1 どうしが濃く太いリンクが野菜・果物カテゴリ内で集中し、また期間 2 どうしが野菜・果物カテゴリ内と、豆類、きのこ類とのリンクで特異性の度合いが高い同様の旬パターンを示し、大局的に同じ傾向を持つことがわかる。一方、図 3 の可視化上、各期間で特異性の度合いが最も高い太く緑で色付けされたリンクの部分に着目すると、2011 年から 2013 年の比較において、期間 1 では野菜・果物カテゴリ内での結びつきが変化している。さらに、緑で色付けしていないリンクも 2011 データから 2012 データまでの間に、食材ペアの結びつきが変化していることがわかる。また、期間 2 では野菜・果物カテゴリ内だけでなく、2012 データで野菜・果物カテゴリから乳製品カテゴリへのリンクが最も特異性が高くなっており、それ以外のリンクについてもカテゴリを超えた変化がいくつもあることもわかる。また、各期間で特異性の高い赤や青の食材ノードも、細かく見ると年ごとに同じものや変化しているものがあることが容易に視認できる。つまり大局的には年ごとに変化はしないが、細かく見ると動向が変化している様子が可視化を通じて容易に視認できる。このように、様々な旬パターンにおける特徴を容易に探索的に分析できる点で提案可視化法の有効性が示唆された。

4 まとめ

本研究では、料理レシピに現れる食材について、食材と食材ペアの使われ方が時期によって大局的に変動する考え、時系列上の変化点を捉えることで、データドリブンに期間を分割する手法と、各期間で顕著に増える食材や食材ペアの特異性の度合いに着目し、可視化分析に向けて食材の使用動向に関するビジュアルダイジェストを描画する可視化法を提案し、その有効性を示した。ただし、食材の組み合わせは三つ以上を考えることが望ましい場合もあり得る。しかし、食材のペアまではリンクを可視化することができるものの、三つ以上の組み合わせについては単純にリンクを可視化することができない。今後は、三つ上の組み合わせについても分析可能な手法を探求する予定である。また、可視化結果から料理レシピサイトにおいて、既存の食材の新しい組み合わせが試されている可能性が示唆された。つまり、料理の新展開やフロンティア探求の兆候が発見できる可能性もあるため、より洗練された分析手法を探求する予定である。

謝辞

本研究は JSPS 科研費 26330261 の助成を受けたものであり、クックパッド株式会社と国立情報学研究所が提供する「クックパッドデータ」を利用した。

参考文献

- [1] ChunYuen Teng, Yu-Ru Lin, and Lada A. Adamic. Recipe recommendation using ingredient networks. *CoRR*, Vol. abs/1111.3919, , 2011.
- [2] Vladimir Nedović. Learning recipe ingredient space using generative probabilistic models. In *In Proceedings of Cooking with Computers Workshop (CwC)*, Vol. 1, pp. 13–18, 2013.
- [3] Yong-Yeol Ahn, Sebastian E. Ahnert, James P. Bagrow, and Albert-Laszlo Barabasi. Flavor network and the principles of food pairing. *CoRR*, Vol. abs/1111.6074, , 2011.
- [4] Kazumi Saito, Kouzou Ohara, Masahiro Kimura, and Hiroshi Motoda. Detecting changes in content and posting time distributions in social media. In *Advances in Social Networks Analysis and Mining 2013, ASONAM '13, Niagara, ON, Canada - August 25 - 29, 2013*, pp. 572–578, 2013.
- [5] Yuki Yamagishi, Seiya Okubo, Kazumi Saito, Kouzou Ohara, Masahiro Kimura, and Hiroshi Motoda. A method to divide stream data of scores over review sites. In *PRICAI 2014: Trends in Artificial Intelligence - 13th Pacific Rim International Conference on Artificial Intelligence, Gold Coast, QLD, Australia, December 1-5, 2014. Proceedings*, pp. 913–919, 2014.
- [6] M. Angeles Serrano, Marian Boguna, and Alessandro Vespignani. Extracting the multiscale backbone of complex weighted networks. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, Vol. 106, No. 16, pp. 6483–6488, 2009.